

Tartu Ülikool  
Sotsiaal- ja haridusteaduskond  
Klassiõpetaja õppekava

Rita Svjatskaja

**ESIMESE JA TEISE KLASSI ÕPILASTE  
MATEMAATIKA TEADMISED JA SELLEGA  
SEONDUVAD TEGURID**

Magistritöö

Juhendaja: Anu Palu

Läbiv pealkiri: Matemaatikateadmised algklassides

Tartu 2011

## **Resümee**

Esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmised ja sellega seonduvad tegurid

Käesoleva magistritöö eesmärgiks oli uurida esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmisi ja nende teadmiste arengut kognitiivsest valdkonnast lähtuvalt. Samuti oli eesmärk teada saada, kuidas on matemaatikateadmised seotud kognitiivsete võimetega. Töö teoreetilises osas antakse ülevaade matemaatikaalaste teadmiste omandamisest ja nende seosest kognitiivsete võimetega.

Uurimuses osales 294 õpilast 23 klassist üle Eesti. Kasutatud matemaatikatestides olid ülesanded kolmel kognitiivsel tasemel: faktide ja protseduuride teadmine, rakendamine ja arutlemine. Kognitiivsetest võimetest uuriti tähelepanu, planeerimisoskust, taju ja sõnamälu. Tulemuste analüüs näitas, et õpilaste teadmised on esimesel kooliaastal väga muutlikud, kuid nad on seotud eelnevate teadmistega. Kõige enam püsis kahel õppeaastal arvutamisoskuse tase ning suurimad muutused olid arutlemis- ja rakendamisoskuses. Ilmnes, et esimeses klassis puuduvad matemaatikateadmistel seosed vaadeldud kognitiivsete võimetega, kuid teises klassis olid seosed olemas nii planeerimisoskuse, tähelepanu kui ka sõnamälu. Arutelu osas on toodud uurimuse olulisus klassiõpetajale ja soovitusel järgnevateks uurimusteks.

Märksõnad: matemaatikateadmised, teadmiste areng, kognitiivsed võimed.

### **Abstract**

Knowledge of mathematics among pupils of form I and II and factors related to it

The aim of the Master's thesis is to study the knowledge of mathematics among pupils of form I and II and the development of the above-mentioned knowledge from the aspect of cognitive area. The aim is also to find out how cognitive abilities are related to the knowledge of mathematics. The theoretical part gives an overview of the acquisition of mathematical knowledge and its relationship with cognitive abilities.

294 pupils from 23 classes all over Estonia took part in the study. The mathematics tests applied in the study were on three different cognitive levels: the knowledge of facts and procedures, their application and discussion. Among cognitive abilities were attention, planning skills, perception and word memory. The analysis of the results showed that pupils' knowledge in the first school year is very variable, however, related to the previous knowledge. The most persistent knowledge retained during the first two school years was arithmetic and the biggest changes were in discussion and application skills. It appeared that in form I pupils' mathematics skills were not related to the observed cognitive skills, but already in form II the relationship between the planning skill, attention and word memory was evident.

The discussion includes the importance of the research for the class teachers and recommendations for the follow-up research.

Keywords: knowledge of mathematics, development of knowledge, cognitive abilities.

## Sisukord

<i>Resümee</i> .....	2
<i>Abstract</i> .....	3
<i>Sissejuhatus</i> .....	5
Matemaatikateadmised ja nende hindamine .....	5
<i>Matemaatikapädevus</i> .....	5
<i>Matemaatikateadmiste hindamine</i> .....	6
Matemaatikateadmised ja kognitiivsed võimed .....	6
<i>Mälu</i> .....	6
<i>Planeerimisoskus</i> .....	8
<i>Tähelepanu</i> .....	8
<i>Taju</i> .....	9
Uurimuse eesmärk ja uurimisküsimused.....	9
<i>Metoodika</i> .....	10
Valim ja protseduur .....	10
Mõõtevahendid.....	10
Andmetöötluse põhimõtted ja kasutatavad meetodid.....	12
<i>Tulemused</i> .....	12
Matemaatikatestide üldine lahendatus .....	12
Matemaatikateadmised erinevatel kognitiivsetel tasemetel .....	13
Matemaatikateadmiste seos kognitiivsete võimetega .....	13
Õpilaste areng ja liikumine staatusrühmades .....	13
Stabiilselt nõrkade ja stabiilselt tugevate õpilaste kognitiivsete võimete võrdlus .....	15
<i>Arutelu</i> .....	15
<i>Kasutatud kirjandus</i> .....	20

## Sissejuhatus

Matemaatikateadmiste valdamine ja selle rakendamise oskus aitab olla edukam ühiskonnaliige (Rahvusvaheline matemaatika ja loodusainete võrdlusuuring, 2003). Matemaatika õppeainet on aga peetud keeruliseks nii õpetajate kui õpilaste seas. Riiklik õpitulemuste kontroll näitab, et matemaatika on aine, kus saadakse teiste ainetega võrreldes halvemad tulemused (Riigieksamite statistika, 2010; Üleriigiliste tasemetööde tulemused, 2009). Matemaatikas tekkivate probleemide ennetamiseks ja lahendamiseks on vaja teada saada, missugused on õpilaste raskused õppeaine omandamisel ja millega on need seotud. Selleks tuleb uurida matemaatikateadmisi, nende arengut ja nendega seonduvaid tegureid.

Matemaatika õpitulemuste riiklikud kontrollid pole seni lähtunud kognitiivsest valdkonnast, küll aga on seda teinud rahvusvahelised uuringud. *Program for International Student Assessment* (PISA) 2006 ja *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) 2003 uurimused näitasid, et eesti õpilastel on erinevate riikide pingereas keskmise tulemuse järgi suhteliselt hea positsioon. Meie õpetajad on suutnud ka nõrgematele luua elementaarsed matemaatikaoskused, kuid samas on meil võrreldes teiste riikidega vähem tipptasemel õpilasi (Lepmann, 2010). Uuringust *International Project on Mathematical Attainment* (IPMA) selgus, et eesti õpilastel on väga hea arvutamisoskus, kuid rakendamis- ja arutlemisoskus tunduvalt halvem (Palu, Afanasjev & Vojevodova, 2007; Palu & Kikas, 2007). Sama tulemuseni on jõutud ka teistes uurimustes (Palu, 2010; Tammiksaare, 2010).

Antud töö eesmärgiks on uurida mitte ainult esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmisi, vaid ka nende teadmiste arengut. Samuti on eesmärk teada saada, kuidas on õpilaste matemaatikateadmised seotud kognitiivsete võimetega.

## ***Matemaatikateadmised ja nende hindamine***

*Matemaatikapädevus*. Koolimatemaatika ainekavas on esitatud sisuline ja kognitiivne valdkond (Põhikooli riiklik õppekava, 2010). Sisuline valdkond hõlmab konkreetset temaatikat, kognitiivne aga toiminguid, mida õpilased peavad valdama. Kognitiivse valdkonna komponente tuntakse ka pädevuste või kompetentsuse nime all.

*Põhikooli riiklikus õppekavas* (2010) on nimetatud mitu üldpädevust, mis koondavad kõige olulisemad teadmised, oskused ning hoiakud inimeseks ja kodanikuks kasvamisel. Matemaatikapädevus on üks nendest. Matemaatikapädevuse all mõistetakse 1) matemaatiliste mõistete ja seoste tundmist, 2) üldist probleemi lahendamise oskust, mis sisaldab oskust

probleeme püstitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja neid rakendada, lahendusideed analüüsida ning tulemuse tõesust kontrollida, 3) loogilise arutlemise ja põhjendamise oskust (Põhikooli riiklik õppekava, 2010). Sarnane matemaatikapädevuse määratlus on rahvusvahelistes uuringutes *Program for International Student Assessment (PISA)* ja *Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)*.

*Matemaatikateadmiste hindamine.* Uue Põhikooli riikliku õppekava (2010) järgi võetakse matemaatika õpitulemuste hindamisel aluseks tunnetuslikud protsessid ja nende hierarhiline ülesehitus. Õpilase teadmisi tuleb hinnata kolmel kognitiivsel tasemel: 1) faktide, protseduuride ja mõistete teadmine, 2) teadmiste rakendamine ja 3) arutlemine. Faktide teadmine tähendab info meenutamist, äratundmist, leidmist, arvutamist, mõõtmist ja järjestamist. Teadmiste rakendamine on meetodite valimine ja igapäevaste ülesannete lahendamine. Arutlemine tähendab oskust põhjendada, analüüsida, üldistada, saadud tulemusi hinnata ning lahendada mitteigapäevaseid ülesandeid (Põhikooli riiklik õppekava, 2010).

Selline kognitiivse valdkonna jaotus on olnud aluseks ülesannete koostamisel ka rahvusvahelistes uuringutes. TIMSS (2003) matemaatikatestis jaotati õpilase kognitiivsed tegevused matemaatikaülesannete lahendamisel neljaks: faktide ja protseduuride tundmine, mõistete kasutamine, rutiinsete ülesannete lahendamine ning arutlemine (Mullis et al., 2003). TIMSS (2007) matemaatikatestis jagati need vaid kolme valdkonda: faktide ja protseduuride teadmine, teadmiste rakendamine ja arutlemine (Mullis et al., 2005). PISA uurimuses eristatakse kolme pädevuskoharat: 1) faktide ja rutiinsete protseduuride taasesitamine; 2) seostamine; 3) matemaatiline arutlemine ja refleksioon (Lepmann, 2010).

### ***Matemaatikateadmised ja kognitiivsed võimed***

Matemaatika õpitulemused on seotud kognitiivsete ehk tunnetuslike võimetega, kuid see pole alati nii. Inimestel, kellel on nõrgad kognitiivsed võimed, võivad olla siiski head matemaatikaoskused ning inimestel, kellel on probleeme matemaatikaga, ei pruugi olla nõrk mälu ja tähelepanu. Individuaalseid erinevusi mälus, tähelepanus ja täidesaatvates funktsioonides on sellegipoolest selgitatud kui individuaalseid erinevusi aritmeetikas (Dowker, 2005).

*Mälu.* Mälu on üks olulisemaid psüühilisi protsesse, mis on kogemuste aluseks ja seisneb teadmiste, kogemuste ja oskuste meeldejätmises, säilitamises ning taastamises

(Bachmann & Maruste, 2001; Kidron, 2001; Leppik, 2000; Toomela, 1999). Mälu alasüsteemiks on lühimälu, mille piiriks on seitse pluss-miinus kaks mõtestamata, omavahel seostamata ühikut. Info püsimise aeg sõltub sellele pööratud tähelepanust (Bachmann & Maruste, 2001; Kidron, 2001; Toomela, 1999).

Lühimälu paralleelmõisteks on töömälu (Bachmann & Maruste, 2001; Kidron, 2001; Toomela, 1999). Töömälu on tunnetuslik süsteem, mis on osaliselt vastutav informatsiooni tõlgendamise ja selle edastamise eest püsivalt (Bachmann & Maruste, 2001; Geary, 2004; Kidron, 2001). Kui pikaajaline mälu peab meeles, kuidas matemaatilisi toiminguid täita, siis töömälu kontrollib, et protseduurid toimiksid õiges järjekorras ja et nende täitmisel ei tekiks segadusi (Dowker, 2005).

Matemaatika õpitulemuste ning töömälu vaheliste seoste kohta on läbi viidud küllaltki palju uuringuid. Mitmed uuringud on näidanud töömälu rolli matemaatika teadmisi nõudvates ülesannetes (Barrouillet & Lépine, 2005; Berg, 2008; DeStefano & LeFevre, 2004; Geary, 2004; Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007). On väidetud, et töömälu on üks kõige tähtsam matemaatikapädevuse kognitiivne alus (Geary, 2004).

Töömälul on laste matemaatiliste teadmiste juures oluline osa (Berg, 2008; Bull & Sherif, 2001; DeStefano & LeFevre, 2004; Rasmussen & Bisanz, 2005), kuid seosed erinevate töömälu osade ja aritmeetiliste probleemide vahel on ebaselged (Berg, 2008; Rasmussen & Bisanz, 2005). Andersson & Lyxell (2007) on saanud tulemused, mis kinnitavad, et lastel, kellel on matemaatilised raskused, on töömälu puudujäägid. Täpsemalt öeldes, matemaatiliste probleemidega lastel on puudulik numbrilise ja visuaalse info samaaegne ladustamine ja töötlemine. Ka Kyttälä., Aunio & Hautamäki (2010) ja Geary et al., (2009) on tuvastanud tihedad seosed töömälu puudujääkide ja matemaatikaalaste raskuste vahel.

Domineeriva psüühilise aktiivsuse iseloomu alusel on üks mäluliik sõnamälu, mille sisuks on keele abil antud mõtted. Hea sõnalis-loogilise mäluga inimene on loogiline ja oskab hästi oma seisukohti põhjendada (Bachmann & Maruste, 2001). Katsed on näidanud, et sõnadega nimetatud esemed jäävad hõlpsamini meelde (Kikas, 2010). Inimesed peavad paremini meeles meeltega tajumatuid mõisteid ja täpseid sõnastusi. Sõnalis-loogilise mälu kasutamisel mõtestatakse materjal uutes olukordades lahti (Kidron, 2001). Sõnamälu nõudvate ülesannete lahendamist võib mõjutada tähelepanuvõime ning põhimõistete tundmine ja märkamine. Samuti võib ülesande lahendamine olla lapsele raske, kuna tema lugemisoskus on teistega võrreldes kehvem ning sõnade kokkulugemiseks kulub rohkem aega (Kikas, 2010).

*Planeerimisoskus.* Matemaatikaülesannete edukaks lahendamiseks on sageli vaja lugeda juhiseid ja neid täita. Võimetus probleeme lahendades juhiseid jälgida näitab nõrku planeerimisoskusi (Das, Naglieri & Kirby, 1994). Sikora, Haley, Edwards ja Butler (2002) jõudsid *The Tower of London* testi (TOL; Shallice, 1982) kasutades tulemuseni, et 7- kuni 18aastased lapsed, kellel olid raskused aritmeetikaga, ilmutasid märkimisväärsed komplikatsioone planeerimisülesannetes, võrreldes lastega, kellel olid lugemisraskused või kellel ei olnud üldse raskusi. TOL test loodi, et hinnata peamiselt strateegilise planeerimise ja probleemi lahendamisoskusi.

Juba eelkooliealised lapsed planeerivad koos kaaslastega oma mängu, jaotades rolle ja kujundades ümbrust (Kikas, 2005). Planeerimine mängib olulist rolli probleemide lahendamisel, kuna see piirab tähelepanu kõrvalekaldumisi ning suunab ja reguleerib käitumist (Das et al., 1994). Õpitegevuses on planeerimisoskus tähtis keerukamate ülesannete lahendamisel ning iseseisva teksti koostamisel (Kikas, 2010). Igapäevaelus on planeerimisoskus abiks tegevuste planeerimisel. Näiteks päevakava koostamine, erinevate võimaluste samaaegne arvestamine või vajalike koolitarvete kaasavõtmine (Kikas, 2010). Uue informatsiooni mõistmisel ja meelde jätmisel ning uute oskuste õppimisel on asjakohatu teabe eraldamine vajalik. Suutmatuse eraldada ebaolulist informatsiooni viib unustamiseni (Johnson & Proctor, 2004).

*Tähelepanu.* Tähelepanu on teadvuse poolt haaratud objekt või mõtteahel mitme objekti või mõtteahela hulgast. See on valik mitme võimaliku tunnetussuuna seast (Bachmann & Maruste, 2001). Tähelepanul on õppimises tähtis roll (Krull, 2000), kuna hästi koondatud tähelepanu pakub uue aine õppimisel suurt abi. Tähelepanu aitab inimesel kohaneda välismaailmas. Ta ei esine kunagi omaette, kuid on teiste psüühiliste protsesside saatja (Kidron, 2001). Tähelepanu valib välja tunnused, mida edasi töödelda ning seetõttu poleks tähelepanuta teadlikku taju (Kikas, 2010).

Erinevused tähelepanumahus mõjutavad ka erinevusi üldises andekuses (Cowan et al., 2005). Tähelepanumahu määrab tajutavate asjade hulk. See sõltub info organiseerimisest mõtestatud tervikuteks. Nägemisel on see maht umbes neli-viis sõna või kujundit (Bachmann & Maruste, 2001). Lastel on maht väiksem kui täiskasvanul ning nad ei suuda seda erinevate ülesannete vahel ära jagada. Lapsi segavad ebaolulised asjad, kuid treenides suureneb tähelepanu ja ka töömälu maht (Aru & Bachmann, 2009). Samuti kipub lastel olema sage tähelepanu hajuvus ning võimetus keskenduda. Sellises seisundis on õpitavat väga raske meelde jätta (Kidron, 2001).



*Taju.* Taju on esemete ja nähtuste tunnetamise protsess, mis sõltub varasematest kogemustest ning eeldab tähelepanu (Bachmann & Maruste, 2001). See, mida ja kuidas õpilane tajub, valitakse välja aga tähelepanu abil (Kikas, 2005). Taju areneb pidevalt tegutsedes ja õppides. Kogedes ühte sündmust mitu korda, tekib selle alusel terviklik tajupilt (Kikas, 2010).

Piltide tajumine pole sugugi lihtne. Õppimise peaks tegema lihtsamaks õpitava info tajumine mitme meelesüsteemi kaudu. Seega, kui nägemissüsteemi vahendusel saadud info unustatakse, siis püsib sama materjal kuulmissüsteemis alles ning vastupidi (Toomela, 1999). Esemed on tuttavad vastavalt sellele, kui palju tajume nende erinevaid tunnuseid ja piirjooni (Parkin, 2000). Tajumisjärgsed protsessid lühimälu perioodil on materjali omandamisel väga olulised (Leppik, 2000). Kui tajutav info on meie lühiajalises mälus liiga vähe aega, siis ei teki alalisi muutusi pikaajalises mälus (Krull, 2000). Ka Baddeley (2007) on öelnud, et taju ja mälu vahel on seosed.

### ***Uurimuse eesmärk ja uurimisküsimused***

Käesoleva magistritöö eesmärk on uurida esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmisi ja nende teadmiste arengut kognitiivsest valdkonnast lähtuvalt: faktiteadmisi, rakendamise- ja arutlemisoskust. Samuti on eesmärk teada saada, kuidas on matemaatikateadmised seotud kognitiivsete võimetega. Eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimusküsimused:

1. Millised on esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmised ja milline on nende seos eelteadmistega?
2. Kuidas on seotud õpilaste matemaatikateadmised erinevatel kognitiivsetel tasemetel?
3. Kas matemaatikateadmised on seotud 1) sõnamäluga, 2) planeerimisoskusega, 3) tähelepanuga, 4) tajuga?
4. Milline on kahe aasta jooksul õpilaste matemaatikateadmiste areng?
5. Millised on matemaatikas stabiilselt nõrkade ja stabiilselt tugevate õpilaste kognitiivsed võimed?

Tuginedes teooriale võiks oodatavatest tulemustest välja tuua, et õpilastel on head arvutamisoskused, kuid nõrgad rakendamise- ja arutlemisoskused (Palu et al., 2007; Palu & Kikas, 2007). Õpilastel on head keskmised tulemused, kuna ka rahvusvahelised uurimused PISA (2006) ja TIMMS (2003) on jõudnud selgusele, et õpilaste keskmised tulemused on

teiste riikide seas suhteliselt head. Väga kõrgeid keskmisi tulemusi on siiski vähe (Lepmann, 2010). Samuti oodatakse, et matemaatikateadmised on seotud tähelepanu ja planeerimisoskusega (Das et al., 1994), samuti on need seotud mälu (Andersson & Lyxell, 2007; Barrouillet & Lépine, 2005; Berg, 2008; Bull & Sherif, 2001; DeStefano & LeFevre, 2004; Geary, 2004; Kyttälä et al., 2010; Passolunghi et al., 2007; Rasmussen & Bisanz, 2005).

## **Metoodika**

### ***Valim ja protseduur***

Käesolevas uurimuses kasutati andmeid pikemaajalisest uurimusest *Areng üleminekul lasteaiast kooli ja esimeses kolmes klassis – vastastikune interaktsioon lapsevanemate, õpetajate ja laste vahel (2008-2011)*.

Esimese ja teise klassi õpilasi testiti kahe aasta jooksul kolm korda. Õpilased sooritasid matemaatikatesti esimese kooliaasta alguses ja lõpus ning teise aasta lõpus. Antud töös analüüsitakse nende õpilaste tulemusi, kes sooritasid mõlemas klassis kõik matemaatikateadmiste testid (T0, T1, T2). Käesoleva uuringu valimi moodustasid 294 õpilast 32 klassist ja 23 koolist üle Eesti. Õpilaste testimine toimus kirjalikult matemaatika tundide ajal. Teste viisid läbi klassiõpetajad, kes teste ei hinnanud.

Lisaks matemaatikatestidele hinnati õpilaste tähelepanu ja planeerimisoskust esimese ja teise klassi lõpus, taju esimese klassi lõpus ning sõnamälu teise klassi lõpus. Kognitiivsete võimete teste viisid läbi uuringuga seotud teadurid. Osa andmeid aitas koguda ja teste läbi viia antud töö autor.

### ***Mõõtevahendid***

Mõõtevahenditeks olid erinevad testid. Esimese klassi baasoskuste testi, mis viidi läbi sügisel, koostas Mairi Männamaa. Test koosnes kolmest osast, millest esimeses hinnati eesti keele oskusi, teises matemaatika oskusi ja kolmandas küsiti õpilaste arvamust oma õppeedukusest. Matemaatika osa sisaldas nelja ülesannet, mis omakorda koosnesid alaülesannetest.

Esimene ülesanne jagunes kolmeks alaülesandeks. Esimeses pidi õpilane vaatama lilli ja joonistama kõrvale kasti samapalju palle. Teises ülesandes pidi õpilane loendama paremal

olevaid ruute ja joonistama kõrvale kasti viis ruutu vähem. Kolmandas aga vaatama kumba on rohkem, kas musti või valgeid kolmnurki. Matemaatika osa teine ülesanne koosnes viiest alaülesandest, kus õpilased pidid lõpetama või täiendama arvurida. Kolmas ülesanne koosnes kolmest tekstülesandest, kus esimeses ja teises ülesandes olid abiks illustreerivad pildid ja andmed olid antud numbritena ning viimases olid andmed kirjas sõnadega. Neljandas ülesandes pidi õpilane pildi järgi otsustama, missugusel astmel on Paul.

Esimese klassi matemaatika testi, mis viidi läbi kevadel, koostas Anu Palu. Ülesannete sisu valikul lähtuti *Põhikooli riiklikus õppekavas* esitatud matemaatika õpitulemustest (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, 2002). Ülesanded olid koostatud nii, et need hõlmaks kognitiivsetest tasemetest teadmist, rakendamist ja arutelu.

Teadmiste esimene ülesanne jagunes kümneks alaülesandeks, kus tuli 20 piires liita või lahutada kahekohalisele/-st arvule/-st või ühekohalisele/-st arvule ühekohaline arv. Teine teadmiste ülesanne jagunes neljaks alaülesandeks. Need olid orienteerumine ruumis ja kujundite tundmise ülesanded, kus õpilased pidid tundma ruutu, ristkülikut ja ringi ning määrama nende asendit (vasakul, all, peal, sees). Kolmandas teadmiste ülesandes pidid õpilased 20 piires arve järjestama.

Rakendamisülesanneteks olid tekstülesanded, kus oli vaja lahutada suuremast arvust väiksem. Ülesandes neli olid arvud antud numbritena, seitsmendas aga oli üks arv lause alguses sõnaga ning lisaks oli tekstis info, mis polnud vajalik vastuse leidmiseks. Arutlemisoskust nõudis võrratuste koostamise ülesanne, kus õpilased pidid valima sobiva arvu nii, et saaksid õige arvvärtuse. Samuti nõudis arutlemisoskust ristkülikutükkide loendamise ülesanne, kus õpilastele olid antud ristkülikud, mida lõigati mitmete joontega. Õpilased pidid loendama joontega lõigatud ristküliku tükke. Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbach'i alfa, mis näitas, et test on usaldusväärne ( $\alpha = 0,82$ ).

Teise klassi testi koostas samuti Anu Palu. Testis oli üheksa ülesannet, mis jagunesid alaülesanneteks. Ülesanded olid koostatud nii, et need hõlmaks kognitiivsetest tasemetest teadmist, rakendamist ja arutelu.

Teadmiste ülesanne jagunes neljaks alaülesandeks, kus tuli liita või lahutada kahekohalisele/-st arvule/-st ühekohaline arv. Teises teadmiste ülesandes oli vaja kujundite hulgast ära tunda kolmnurgad, nelinurgad ja viisnurgad ning kirjutada vastavad tähed.

Rakendamisülesanneteks olid tekstülesanded ja ülesanne, kus oli vaja antud arvude seast leida kirjeldusele vastav arv. Esimene arutelu ülesanne nõudis arusaamist arvu koostisest. Teine aruteluülesanne jagunes kolmeks alaülesandeks, kus tuli liita või lahutada

massi- ja ajaühikutega ning kolmandas aruteluülesandes oli vaja leida arutluse ning graafiku abil ühe tüdruku pikkus. Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbach'i alfa, mis näitas, et test on usaldusväärne ( $\alpha = 0,81$ ).

Esimese klassi taju ülesannete testi koostas Mairi Männamaa. Selles testis tuli õpilasel osaliselt esitatud pildil ära tunda kujutatud eseme või eristada kattuvaid tähekujusid. Laps pidi mõistma tervikpilti.

Nii esimeses kui teises klassis viidi läbi planeerimisoskuse ja tähelepanu test „SIILIKE“, mille koostas Mairi Männamaa. Test koosnes kümnest ülesandest. Testi kuulusid ülesanded, milles tuli ruudustikus leida lühim tee (sammude arv) kahe punkti vahel. Liikumise reeglid olid ette antud. Osade ruutude läbimine oli keelatud, teiste ruutude läbimise eest arvestati rohkem samme. Ülesande edukaks lahendamiseks oli vaja teekonda planeerida ja arvestada etteantud reeglitega.

Teise klassi sõnamälu ülesande koostas Mairi Männamaa. Ülesande lahendamiseks pidid õpilased tahvlil olevate sõnade hulgast võimalikult palju sõnu meelde jätma ja seejärel kirja panema. Esitatud sõnad kuulusid kolme kategooriasse: taimed, loomad ja esemed.

### ***Andmetöötamise põhimõtted ja kasutatavad meetodid***

Andmete töötlemisel kasutati statistikaprogrammi SPSS ning tabelarvutusprogrammi MS Excel. Matemaatikatestide vastused sisestati binaarse ehk alternatiivse skaala alusel, kus olid võimalikud ainult kaks väärtust. Iga ülesande õige vastus andis õpilasele ühe punkti, vale vastuse või vastamata jäetud ülesande eest anti null punkti. Antud töös kasutati kvantitatiivset uurimismeetodit. Statistiliselt oluliseks loeti tulemused usaldusnivool  $p < 0,05$ .

Andmeanalüüsimeetoditest kasutati kirjeldava statistika näitajaid (aritmeetiline keskmine, standardhälve), t-testi, dispersioonanalüüsi ning Pearsoni lineaarkorrelatsiooni kordajaid.

## **Tulemused**

### ***Matemaatikatestide üldine lahendus***

Käesoleva töö esimene uurimusküsimus oli: millised on esimese ja teise klassi matemaatikaalased teadmised ja milline on nende seos eelteadmistega? Selleks leiti testide lahendatuse üldised keskmised. T0 keskmine lahendus oli 0,64 (SD = 0,20), T1 keskmine 0,80 (SD = 0,17) ja T2 keskmine 0,70 (SD = 0,18). Et võrrelda omavahel kolme testi tulemusi, arvutati Pearsoni korrelatsiooni kordajad ning selgus, et T0 ja T1 vahel eksisteeris

mõõdukas seos ( $r = 0,48$ ,  $p < 0,01$ ). Samuti oli mõõdukas seos T0 ja T2 vahel ( $r = 0,51$ ;  $p < 0,01$ ) ning T1 ja T2 vahel ( $r = 0,52$ ;  $p < 0,01$ ).

### ***Matemaatikateadmised erinevatel kognitiivsetel tasemetel***

Teine uurimisküsimus oli: kuidas on seotud õpilaste matemaatikateadmised erinevatel kognitiivsetel tasemetel? Selleks, et võrrelda õpilaste matemaatikateadmiste keskmisi esimeses ja teises klassis, viidi läbi t-test. Faktide ja protseduuride teadmise tase oli antud uurimuses oluliselt ühtlasem kui rakendamise ja arutlemise puhul (Tabel 1). Kõige enam muutus ühe õppeaasta jooksul õpilaste arutlemisoskus.

Tabel 1. Matemaatika tulemused erinevatel kognitiivsetel tasemetel

	Min	Max	M	SD
Faktid ja protseduurid 1. kl.	0,13	1	0,84	0,155
Faktid ja protseduurid 2. kl	0	1	0,87	0,184
Rakendamine 1. kl	0	1	0,65	0,430
Rakendamine 2. kl	0	1	0,71	0,261
Arutlemine 1. kl	0	1	0,78	0,256
Arutlemine 2. kl	0	1	0,55	0,262

*Märkus.* Skaala tähendused: Min - miinimum, Max - maksimum, M - aritmeetiline keskmine, SD - standardhälve

### ***Matemaatikateadmiste seos kognitiivsete võimetega***

Kolmas uurimisküsimus oli: kas matemaatikateadmised on seotud 1) sõnamäluga, 2) planeerimisoskusega, 3) tähelepanuga, 4) tajuga? Selleks arvutati Pearsoni korrelatsiooni kordajad ning selgus, et teises klassis oli sõnamälul väga nõrk seos rakendamisoskusega ( $r = 0,13$ ;  $p < 0,05$ ). Ilmnes, et esimesel kooliaastal puudus matemaatikateadmiste seos planeerimisoskuse ja tähelepanuga. Ka tajul polnud esimesel kooliaastal matemaatikateadmistega seost. Samas aga eksisteeris planeerimisel ja tähelepanul nõrk seos teise klassi õpilaste kõikide matemaatikateadmistega: faktide ja protseduuridega ( $r = 0,24$ ;  $p < 0,01$ ), rakendamisoskusega ( $r = 0,28$ ;  $p < 0,01$ ) ja arutlemisoskusega ( $r = 0,25$ ;  $p < 0,01$ ).

### ***Õpilaste areng ja liikumine staatusrühmades***

Neljas uurimisküsimus oli: milline on kahe aasta jooksul õpilaste matemaatikateadmiste areng? Toetudes (Afanasjev & Palu, 2005; Afanasjev, 2007; Palu, Afanasjev & Vojevodova, 2007) uurimustele, hinnati õpilaste liikumist nende paiknemise

järgi testitulemuste nn staatusrühmades. Selleks võeti vastava testi keskmiste tulemuste jaotusriidade kvartiilid skaalal: *nõrk* – õpilase tulemus väiksem kui 25%, *nõrgapoolne* – tulemus alates 25% kuni 50%, *tugevapoolne* – tulemus 50% ja 75% vahel ning *tugev* – alates 75%.

Tabel 2. Staatusrühmadesse jaotus klassiti

	T0	T1	T2
Nõrk	24,1%	24,1%	22,4%
Nõrgapoolne	22,1%	24,1%	26,5%
Tugevapoolne	28,2%	17,3%	33,7%
Tugev	25,5%	34,4%	17,3%
Kokku	100%	100%	100%

*Märkus.* Skaala tähendused: T0 - test esimese klassi alguses, T1 - test esimese klassi lõpus, T2 - test teise klassi lõpus

Kui võrrelda õpilaste tulemusi esimese õppeaasta alguses (T0), kus *tugevas* grupis oli 75 õpilast (25,5%), siis õppeaasta lõpul (T1) oli seal 101 õpilast (34,4%). Oma tulemust parandas 26 õpilast (8,8%), minnes *tugevapoolsest* grupist *tugevasse*. *Tugevapoolsete* grupist läks kuus õpilast *nõrgemapoolsesse*. *Nõrkade* grupi staatus püsis peale T0 ja T1 testide sooritamist muutumatuna.

Testis T0 kuulus õpilaste koguhulgast *nõrka* rühma 71 õpilast (24,1%), *nõrgapoolsesse* 65 õpilast (22,2%), *tugevapoolsesse* 83 õpilast (28,2%) ja *tugevasse* rühma 75 õpilast (25,5%). Lõpptaseme T2 testis oli *nõrgas* 66 õpilast (22,4%), *nõrgapoolses* 78 õpilast (26,6%), *tugevapoolses* 99 õpilast (33,7%) ja *tugevas* 51 õpilast (17,3%). Testis T0 oli *nõrgas* või *nõrgapoolses* grupis 136 õpilast, aga T2 testis juba 144. Kaheksa õpilast (2,7%) läks *tugevamatest* rühmadest *nõrgematesse*. Oluline on märkida, et T2 testis jäi *tugevate* gruppi ainult 51 õpilast, see on 50 õpilast (49,5%) vähem kui T1 testis. Testis T2 oli kõige rohkem õpilasi *tugevapoolses* grupis, sarnaselt T0 testiga.

Grupid tähistati numbritega: 1 – *nõrk*, 2 – *nõrgapoolne*, 3 – *tugevapoolne*, 4 – *tugev*. Nii vaadeldi õpilase liikumist individuaalselt. Täpselt sama staatusrühma kõigi kolme testi (T0, T1, T2) jooksul säilitas 42 õpilast (14,3%). Esimeses grupis (*nõrk*) säilitas oma staatusrühma 22 õpilast (7,5%) õpilaste koguhulgast. Kõige *tugevama*, neljanda staatusrühma, säilitas aga kuus õpilast (2,0%). Täiesti stabiilse asendiga õpilasi oli 14,3% kõigist testides osalejaist, neist 52,4% jäid *nõrka* ja 14,3% *tugevasse* rühma.

***Stabiilselt nõrkade ja stabiilselt tugevate õpilaste kognitiivsete võimete võrdlus***

Viies uurimisküsimus oli: millised on matemaatikas stabiilselt nõrkade ja stabiilselt tugevate õpilaste kognitiivsed võimed? Kui võrrelda stabiilselt nõrkade grupi kognitiivsete võimete keskmisi tulemusi kõigi õpilaste keskmiste tulemustega, siis selgus, et planeerimise ja tähelepanu ülesannete keskmine oli esimesel õppeaastal veidi madalam ( $M = 3,24$ ;  $SD = 2,19$ ) kui kõikide õpilaste keskmine ( $M = 3,63$ ;  $SD = 1,70$ ). Teisel õppeaastal aga oli keskmiste erinevus juba suurem, nimelt nõrkade grupi keskmine oli 2,68 ( $SD = 1,62$ ) ja kõikidel õpilastel 3,92 ( $SD = 1,78$ ).

Stabiilselt tugevate grupil olid erinevused palju suuremad. Stabiilselt tugevate õpilaste planeerimise ja tähelepanu ülesannete keskmine oli esimesel õppeaastal 4,50 ( $SD = 1,38$ ) ning teisel õppeaastal 5,17 ( $SD = 1,17$ ). Dispersioonanalüüs näitas, et teises klassis oli stabiilselt nõrkade ja stabiilselt tugevate õpilaste tähelepanu ja planeerimise keskmine tulemus statistiliselt oluliselt erinev üldisest keskmisest ( $F(22,299) = 7,369$ ;  $p < 0,01$ ).

Taju ülesannete keskmine oli esimesel õppeaastal nõrkade grupil 8,52 ( $SD = 2,36$ ) ja üldine keskmine 9,68 ( $SD = 4,24$ ). Teisel õppeaastal läbiviidud sõnamälu ülesannete keskmine stabiilselt nõrkade grupil oli 9,95 ( $SD = 2,75$ ), üldine keskmine 10,85 ( $SD = 3,00$ ). Stabiilselt tugevate õpilaste taju keskmine tulemus esimesel õppeaastal oli 10,17 ( $SD = 2,71$ ) ja sõnamälu ülesande keskmine oli teisel õppeaastal 10,67 ( $SD = 1,86$ ). Keskmiste võrdlus näitas, et stabiilselt nõrkade ja tugevate õpilaste taju ja sõnamälu testide tulemused ei erinenud statistiliselt oluliselt nende testide üldisest keskmisest ( $p > 0,05$ ).

**Arutelu**

Käesoleva magistritöö eesmärk oli uurida esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmisi ja nende teadmiste arengut kognitiivsest valdkonnast lähtuvalt. Samuti oli eesmärk teada saada, kas matemaatikateadmised on seotud kognitiivsete võimetega.

Uurimuse esimese küsimusena vaadeldi, millised olid esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmised ja milline oli nende seos eelteadmistega. Uurimuses selgus, et kõik kolmel korral läbiviidud matemaatikatestid olid omavahel mõõdukalt seotud. Ilmnes, et esimese klassi alguses vaadeldud testitulemused olid sarnased teise klassi lõpus saadud tulemustega. Õpilasel on kergem uut infot mõista, kui tal on head eelteadmised ning uute seoste loomine on niiviisi palju lihtsam (Kikas, 2005).

Teine uurimisküsimus oli: kuidas on seotud õpilaste matemaatikateadmised erinevatel kognitiivsetel tasemetel? Matemaatikatesti ülesanded olid jaotatud kognitiivsete tasemete

järgi arvutamist, rakendamise- ja arutlusoskust nõudvateks (Mullis et al., 2003; 2005; Põhikooli riiklik õppekava, 2010). Faktide ja protseduuride teadmise tase oli antud uurimuses kahel aastal oluliselt ühtlasem kui rakendamise ja arutlemise puhul (vt Tabel 1). Saadud standardhälve näitas, et õpilaste keskmised tulemused olid õpilastel ühes klassis sarnased, teisiti öeldes õpilaste arvutamisoskuse keskmised tulemused erinesid mõlemas klassis üksteisest vähesel määral.

Uurimuses selgus, et kõige enam muutus kahel aastal arutlemise- ja rakendamisoskuse tase. Kõige madalam keskmine tulemus oli teise klassi õpilaste arutlemisoskusel. Esimese ja teise klassi arutlemisoskuse keskmised tulemused erinesid ilmselgelt. Usutavasti muutuvad arutlemisülesanded teisel kooliaastal keerulisemaks ning õpilastel on raskem nendest aru saada. Tulemuseni, et arvutamisoskus on õpilastel kõige edukam ja probleemide lahendamisoskus kõige nõrgem, jõudsid veel (Palu, Afanasjev & Vojevodova, 2007; Palu & Kikas, 2007; Tammiksaare, 2010) oma uurimustes. Lapsed lahendavad kergemini tüüpülesandeid, kuna nad sooritavad neid automaatselt (Kikas, 2010). Seega on esimese kooliastme matemaatikas olulisel kohal faktide ja algoritmide õppimine (Afanasjev & Palu, 2005; Palu et al., 2007; Palu, 2010) ning suuremat tähelepanu vajab matemaatikateadmiste rakendamisoskuse kujundamine (Kikas, 2010; Palu, 2010).

Rakendamisoskuse arendamine on vajalik, sest arvude õppimisel on hariduses oluline osa ja puudujääk matemaatilises arusaamises kahjustab tugevalt töötamist ja seda mitte ainult koolis, vaid ka igapäevaelus (Berg, 2008; Passolunghi, et al., 2007). Õpet üles ehitades pööratakse tähelepanu õpitavast arusaamisele ning õpilaste loogilise ja loova mõtlemise arendamisele (Põhikooli riiklik õppekava, 2010). Gardner (1997) peab arusaamise all silmas, et õpilastel on võime rakendada koolis või mujal õpitud ideid uutes oludes. Ka *Põhikooli riiklik õppekava* (2010) seab esile matemaatikast arusaamise, mitte faktide ja protseduuride tundmise.

Läbiviidud uurimuses olid õpilastel head keskmised arvutamistulemused, kuid need ei pruugi näidata õpilase matemaatikast arusaamist. Õpilase võime läbi viia matemaatiline tehe näitab vaid mõistmise olemasolu (Barmby, Harries, Higgins & Suggate, 2007). Mõistmist nõudvate ülesannete vastused eeldavad kirjeldamist, võrdlemist, kõrvutamist, peamise mõtte selgitamist ja oma sõnadega väljendamist (Krull, 2000).

Antud uurimuses olid õpilaste arvutamise- ja rakendamisoskused teises klassis paremad kui esimeses klassis. Seega, kui õpilane on mõistega varem kokku puutunud, rakendab ta omandatud teadmisi uutes olukordades, probleemide lahendamisel ja seisukohtade



põhjendamisel (Barmby et al., 2007; Põhikooli riiklik õppekava, 2010). Mida rohkem inimene teab ühe teema kohta, seda paremini ta seda mõistab (Barmby et al., 2007).

Kuna nooremas koolieas on raske eristada, millised ülesanded on õpilastele rutiinseid või mitte-rutiinseid (Cooper & Dunne, 2000), siis võiks rakendamise ja arutlemise ülesandeid tulevikus käsitleda kui probleemülesandeid. Ka Tammiksaare (2010) uurimuses selgus, et neid ülesandeid on raske nooremas koolieas eristada. Probleemülesannete lahendamisoskust võiks tulevikus täpsemalt vaadelda ja seda kvalitatiivse uurimusega, kuna niimoodi on võimalik täpsemalt mõista, kas õpilane sai ülesandest aru või mitte. Ka koolis tuleks nii õpetajale kui õpilastele kasuks, kui õpetajad jõuaksid õpilastega individuaalselt vestelda. Seeläbi paraneks usutavasti ka probleemülesannete lahendamisoskus.

Kolmas uurimisküsimus oli, kas matemaatikateadmised on seotud 1) sõnamäluga, 2) planeerimisoskusega, 3) tähelepanuga, 4) tajuga? Mitmed uuringud on näidanud töömälu rolli matemaatikateadmisi nõudvates ülesannetes (Andersson & Lyxell, 2007; Barrouillet & Lépine, 2005; Berg, 2008; DeStefano & LeFevre, 2004; Geary, 2004; Kyttälä et al., 2010; Passolunghi et al., 2007). Töömälu töödeldakse tähelepanu abil välja valitud ja taju kaudu integreeritud infot (Gathercole & Alloway, 2008; Krull, 2000). Käesolevas uuringus vaadeldi sõnamälu ning selgus, et teise klassi õpilaste sõnamälul oli nõrk seos matemaatikateadmistega olemas. Ehkki paikapanevaid järeldusi ei saa teha, kuna tulemusi võis mõjutada see, et antud uurimuses oli sõnamälu kohta vaid üks ülesanne.

Käesolevas uurimuses ilmnas, et õpilaste matemaatikateadmistel on planeerimisoskuse ja tähelepanuga nõrk seos. Seos oli nii arvutamise, rakendamise kui arutlemisega. Seega mängib planeerimine olulist rolli probleemide lahendamisel (Das et al., 1994; Sikora et al., 2002). Planeerimisoskust võib mõjutada tähelepanematus (Kikas, 2010). Kooliülesannete ja -tegevuste planeerimine on õpilastel kehv ning nad vajavad suunamist lihtsamate tegevuste planeerimisel (Kikas, 2005). Sellest tulenevalt võiks tulevikus põhjalikumalt uurida matemaatikateadmiste ja planeerimisoskuse vahelisi seoseid.

Selgus, et tajul polnud esimesel kooliaastal matemaatikateadmistega seost. Tuleks lisada, et esimeses klassis polnud ka teistel kognitiivsetel võimetest matemaatikateadmistega seost; teises klassis olid seosed juba olemas. Seega võime vaid oletada, et vanemates klassides sõltuvad matemaatikateadmised kognitiivsetest võimetest rohkem kui nooremates klassides. Kuna erinevad matemaatika oskused võivad vajada erinevaid kognitiivseid võimeid (Mullis et al., 2008), peaks õpetaja suunama ning neid arendama ja õpetama, kuidas edukalt kognitiivseid võimeid arendada ja kasutada (Cowan et al., 2005; Fisher, 2004; Kikas, 2010). Näiteks tähelepanutreening on oluline mõtlemise ja mälu kui ka taju edenemise seisukohalt,

kuid tuleb arvestada, et õpilastel on tähelepanu treenimisel individuaalsed erinevused. Mis ühele on lihtne ei pruugi seda olla teisele (Kidron, 2001).

Neljas uurimisküsimus oli: milline on kahe aasta jooksul õpilaste matemaatikateadmiste areng? Käesolevas uurimuses oli liikumine suur eriti esimesel ja teisel õppeaastal, kus õpilaste arv muutus kõigis neljas staatusrühmas. Arusaamisele, et õppimistase muutub esimeses kooliastmes väga palju, jõudsid ka Afanasjev & Palu (2005) oma uurimuses. Seetõttu ei saa enne kooli astumist õpilaste edasist matemaatikaedukust täpselt ennustada (Palu, 2010). Kõige enam muutus õpilaste arv staatusrühmas *tugev*, kus õpilaste arv muutus kõikidel kordadel. Ilmnes, et kõige stabiilsem oli *nõrkade* teadmistega grupp, kes säilitas kõigi kolme testi aeg oma tasemegrupi (vt Tabel 2). See tulemus erines Palu et al., (2007) uurimuse tulemustest, kus mõnevõrra stabiilsem oli hoopis *tugevate* grupp.

Käesolevas uurimuses ilmnes, et nii kooliaasta alguses kui teise kooliaasta lõpus oli kõige enam õpilasi just *nõrga*- või *tugevapoollses* rühmas, teisi sõnu keskmise tasemega õpilasi. Ka PISA (2006) ja TIMMS (2003) uurimustes tuli välja, et Eesti riigi õpilastel on keskmise tulemuse järgi suhteliselt hea positsioon erinevate riikide pingereas (Lepmann, 2010). Lisaks heale tööle nõrgemate õpilastega tuleks õpetajatel tegelda ka matemaatikas võimekatega (Lepmann, 2010; Palu et al., 2007).

Antud uurimuses ilmnes, et mõlemas klassis olid stabiilselt *nõrkade* grupil kognitiivsete võimete keskmised tulemused õpilaste üldistest keskmistest madalamad ning stabiilselt *tugevate* grupis olnud õpilaste keskmised tulemused aga palju kõrgemad. Stabiilselt *nõrkade* ja *tugevate* gruppi omavahel võrreldes ilmnes, et teise klassi tähelepanu ja planeerimise keskmised olid teiste vaadeldud kognitiivsete võimetega oluliselt erinevad. Matemaatika õpitulemused on seotud kognitiivsete võimetega, kuid see pole alati nii. Inimestel, kellel on mälu või tähelepanu kehvy, võivad olla siiski head teadmised matemaatikas ning inimestel, kellel on probleeme matemaatikaga, ei pruugi olla nõrk mälu ja tähelepanu (Dowker, 2005). Seega võiks tulevikus tähelepanu ja planeerimisoskust põhjalikumalt uurida. Samuti tuleks põhjalikumalt uurida stabiilseid äärmusrühmi.

*Uurimuse piirangud.* Lastele on testimine pingeline ning seetõttu võib olla häiritud nii mälu, tähelepanu, taju kui ka planeerimine. Sõnamälu ja taju ülesandeid oleks võinud testides rohkem olla, et saada adekvaatsemat tagasisidet. Samuti oleks võinud nii sõnamälu kui taju teste mõlemas klassis vaadelda. Edaspidistes uuringutes võiks õpilasi intervjuuerida, et mõista, kas laps sai ülesandest aru või mitte ning ühtlasi saab õpilasi individuaalselt uurida.

*Kokkuvõtteks.* Matemaatikateadmiste uurimisel ilmnas, et esimesel ja teisel kooliaastal toimuvad õpilaste teadmistes suured muutused, seega ei saa kooliaasta alguses täpseid ennustusi teha. Uurimuses selgus, et õpilased lahendavad paremini arvutamisesandeid ja halvemini rakendamis- ja arutlemisesandeid. Õpetajad peaksid probleemülesannete lahendamisele rohkem tähelepanu pöörama ning õpilasi suunama ja õpetama, et nad suudaksid oma kognitiivseid võimes edukalt rakendada ja arendada. Kooli alguses võiks õpetaja ülesanne olla tähelepanu arendamine.

Õpetaja juhised peavad olema lühikesed ja täpsed, sest lapsed unustavad juhise lõpu ära ja täidavad vaid osa sellest (Kikas, 2010). Uurimuses selgus, et tähtis on ka planeerimisoskus. Seetõttu tuleks selle vajalikkust lastele põhjendada ja õpetada. Õpilastele saab näidata erinevaid plaanide näidiseid ja lasta neil endil plaane koostada (Fisher, 2004). Järgnevalt võiks põhjalikumalt uurida matemaatikateadmiste seost planeerimisoskuse ja tähelepanuga ning õpilasi intervjuuerida.

*Tänu sõnad.* Suured tänud juhendaja Anu Palule koostöö, nõuannete ja abi eest lõputöö valmimisel. Samuti tänusõnad Eve Kikasele, kes võimaldas kasutada tema juhitud uurimuse andmeid.

### Kasutatud kirjandus

- Afanasjev, J. (2007). Pupils' performance in mathematics during the first three school years. In. A. Andžans, D. Boka, G. Lace (Eds.), *Teaching mathematics: retrospective and perspectives* (pp. 6-11). Proceeding of the 8th International Conference May 10-11, 2007 Riga: University of Latvia/ macibu gramata.
- Afanasjev, J., & Palu, A. (2006). Esimese ja teise klassi õpilaste edenemine matemaatikas. E. Abel & L. Lepmann (Toim), *Koolimatemaatika XXXIII* (lk 35-42): XXXIII Eesti matemaatikaõpetajate päevade ettekannete kogumik. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Afanasjev, J., & Palu, A. (2005). Esimese klassi õpilaste teadmised ja edenemine matemaatikas. L. Lepmann & T. Lepmann (Toim), *Koolimatemaatika XXXII* (lk 79-86): XXXII Eesti matemaatikaõpetajate päevade ettekannete kogumik. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology*, 96, 197-228.
- Aru, J., Bachmann, T. (2009). *Tähelepanu ja teadvus*. Tallinn: Tänapäev.
- Bachmann, T., Maruste, R. (2001). *Psühholoogia alused*. (lk 128-161) Tallinn: Kirjastus Ilo.
- Baddeley, A. D. (2007). *Working memory, thought and action*. Oxford: Oxford University Press.
- Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2007). How can we assess mathematical understanding? *Proceedings of the 31 Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 41-48). United Kingdom: Durham University.
- Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99, 288-308.
- Barrouillet, P., & Lépine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 183-204.
- Bull, R., & Sherif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: Inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology*, 19, 273-293.
- Cooper, B. & Dunne, M. (2000). *Assessing Childrens's Mathematical Knowledge* Buckingham: Open University Press.

- Cowan, N., Elliott, E. M., Scott Saults, J., Morey, C. C., Mattox, S., Hismjatullina, A., & Conway, A. R. A. (2005). On the capacity of attention: Its estimation and its role in working memory and cognitive aptitudes. *Cognitive Psychology*, Vol 51, N 1, 42-100.
- Das, J. P., Naglieri, J. A., & Kirby, J. R. (1994). *Assessment of cognitive processes: The PASS theory of Intelligence*. Boston: Allyn and Bacon.
- DeStefano, D., & LeFevre, J. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16, 353-386.
- Dowker, A. (2005). *Individual Differences in Arithmetic. Implications for Psychology, Neuroscience and Education*. New York: Psychology Press.
- Fisher, R. (2004). Õpetame lapsi õppima. Tartu: AS Atlex.
- Gardner, H. (1997). Multiple intelligences as a partner in school improvement. *Educational Leadership*, Vol 55, N 1. 20-21.
- Gathercole, S., & Alloway, T. (2008). *Working memory and learning. A practical guide for teachers*. Los Angeles, US et al., Sage.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4-15.
- Geary, D. C., Bailey, D. H., Littlefield, A., Wood, P., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: A latent class trajectory analysis. *Cognitive Development*, 34, 411-429.
- Johnson, A., Proctor, R. W. (2004). *Attention. Theory and practice*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Kidron, A. (2001). *Psühholoogia põhisuunad*. (lk 31-51). Tallinn: Mondo.
- Kikas, E. (2010). Tunnetusprotsessid ja nende arengulised iseärasused. E. Kikas (Toim). *Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes*. Tartu.
- Kikas, E. (2005). Õpioskused ja nende õpetamine. Ots, A. (Toim.). *Üldoskused – õpilase areng ja selle soodustamine koolis: artiklikogumik* (lk 47-94). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Krull, E. (2000). *Pedagoogilise psühholoogia käsiraamat*. Tartu: TÜ Kirjastus.
- Kyttälä, M., Aunio, P., & Hautamäki, J. (2010). Working memory resources in young children with mathematical difficulties. *Scandinavian Journal of Psychology*, 51, 1-15.

- Lepmann, T. (2010). Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetund Eesti matemaatika õpetajale. I. Henno (Koost). Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetunnid (lk 77-82). Tallinn.
- Leppik, P. (2000). *Lapse arendamine ja õpetamise probleeme koolis*. (lk 114-143). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Smith, T. A., Garden, R. A., Gregory, K. D., Gonzalez, E. J., Chrostowski, S. J., & O'Connor, K. M. (2003). *TIMSS Assessment Frameworks and Specifications*. Chestnut Hill, MA: International Study Center, Boston College.
- Mullis, V. S. I., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y., Arora, A., Erberber, E. (2005). *TIMSS 2007 Assessment Framework*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Palu, A. (2010). *Algklassiõpilaste matemaatikaalased teadmised, nende areng ja sellega seonduvad tegurid*. Tartu: TÜ Kirjastus.
- Palu, A., Afanasjev, J., & Vojevodova, K. (2007). Kolmanda klassi õpilaste matemaatikateadmistest rahvusvahelise uuringu IPMA testide põhjal. E. Abel (Toim), *Koolimatemaatika XXXIV* (lk 35-42). XXXIV Eesti matemaatikaõpetajate päevade ettekannete kogumik. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Palu, A. & Kikas, E. (2007). Mathematical tasks causing difficulties for primary school students. In. A. Andžans, D. Boka, G. Lace (Eds). *The Mathematics: retrospective and perspectives*: (pp. 204- 209). Proceeding of the 8th International Conference May 10-11, 2007. Riga: University of Latvia/ macibu gramata.
- Parkin, A. J. (2000). *Essential Cognitive Psychology*. Philadelphia: Psychology Press.
- Rahvusvaheline matemaatika ja loodusainete võrdlusuuring TIMSS 2003*. Külastatud 2. veebruaril, 2011, aadressil [http://uuringud.ekk.edu.ee/fileadmin/user\\_upload/documents/TIMSS\\_RD\\_loplik\\_020203.pdf](http://uuringud.ekk.edu.ee/fileadmin/user_upload/documents/TIMSS_RD_loplik_020203.pdf).
- Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*. 91, 137-157.
- Riigieksamite statistika* (2010). Külastatud 4. aprillil, 2011, aadressil <http://www.ekk.edu.ee/kiirelt-leitav/statistika/riigieksamite-statistika-2010>.
- Passolunghi, M. C., Vercelloni, B., & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development*, 22, 165-184.
- Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava. (2002). *Riigi Teataja, I osa*, nr 20. Tallinn:

Riigi Teataja Kirjastus.

*Põhikooli riiklik õppekava* (2010). Külastatud 20. veebruaril, 2011, aadressil

<https://www.riigiteataja.ee/ert/act.jsp?id=13273133>.

Shallice, T. (1982). Specific impairments of planning. *Transactions of the Royal Society of London*, 298, 199-209.

Sikora, D. M., Haley, P., Edwards, J., & Butler, R. W. (2002). Tower of London Test performance in children with poor arithmetic skills. *Developmental Neuropsychology*, 21, 243-254.

Tammiksaare, K. (2010). *Teise klassi õpilaste matemaatikaalased teadmised ja sagedamini esinenud vead ülesannete lahendamisel*. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool.

Toomela, A. (1999). *Ülevaade psühholoogiast I osa* (lk 37-54). Tallinn: Koolibri.

*Üleriigiliste tasemetööde tulemused* (2009). Külastatud 4. aprillil, 2011, aadressil <http://www.ekk.edu.ee/108138>